Halmazok

A *halmaz* és a *halmaz eleme*inek fogalmát alapfogalomnak tekintjük, nem definiáljuk.

Egy halmaz akkor van megadva, ha bármiről el tudjuk dönteni, hogy eleme-e a halmaznak vagy sem.

Két halmaz akkor és csakis akkor *egyenlő*, ha ugyanazok az elemei.

Ha egy halmaz elemeinek száma egy természetes szám, akkor *véges* halmazról beszélünk. Ha egy halmaz nem véges, akkor *végtelen*.

Jelölések: halmaz: nyomtatott nagybetű

elem: kisbetű

halmaz eleme: ∈,

„a eleme az A halmaznak”: $a \in A$; „b nem eleme A halmaznak”: $b \notin A$

halmaz elemeinek a száma: |A|

A halmazokat többféleképpen is megadhatjuk

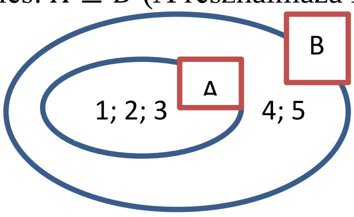
a) Elemei felsorolásával pl. A = {1; 2; 3}
b) Egy jellemző közös tulajdonsággal pl. B = {prímszámok}
c) Halmazábrával (Venn-diagrammal)
d) Számegyenesen

Üres halmaz: az a halmaz, amelynek nincs egyetlen eleme sem. Jelölése: ∅ vagy { }

Részhalmaz: Az A halmazt a B halmaz részhalmazának nevezzük, ha az A halmaz minden eleme a B halmaznak is eleme. Jelölés: $A \subseteq B$ (A részhalmaza B-nek)

pl.: A = {1; 2; 3}

B = {1; 2; 3; 4; 5}



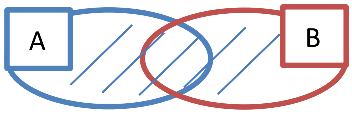
Az A halmazt a B halmaz valódi részhalmazának nevezzük, ha a B halmaz tartalmazza az A halmaz összes elemét, de a B halmaznak van legalább egy olyan eleme, ami nincs benne az A halmazban. Jelölés: $A \subset B$

Az üres halmaz minden halmaznak részhalmaza. $\emptyset \subseteq A$

Minden halmaz önmagának részhalmaza. $A \subseteq A$

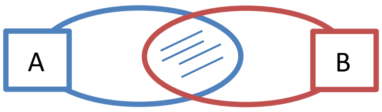
Halmazműveletek

Az A és B halmaz uniójának (egyesítésének) nevezzük azoknak az elemeknek a halmazát, amelyek az A és B halmazok közül legalább az egyiknek elemei.
Jelölése: $A \cup B$
Tulajdonságok: $A \cup B = B \cup A: kommutatív$
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C): asszociatív$$

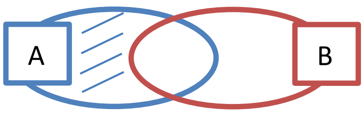


Az A és B halmaz metszetének (közös részének) nevezzük azoknak az elemeknek a halmazát, amelyek az A és B halmazok mindegyikének elemei.
Jelölése: $A \cap B$
Tulajdonságok: $A \cap B = B \cap A: kommutatív$
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C): asszociatív$$

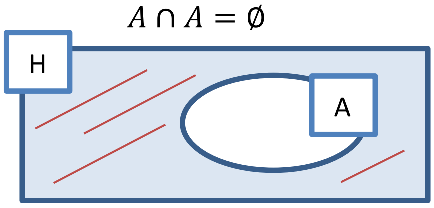
Az A és B halmaz diszjunkt, ha metszetük az üres halmaz.



Az A és B halmaz különbségének nevezzük az A halmaz azon elemeinek a halmazát, amelyek nem elemei a B halmaznak.
Jelölése: A\B
$A \setminus B \neq B \setminus A$



Komplementer halmaz (kiegészítő halmaz)
Egy H (nem üres) halmaznak legyen egy részhalmaza az A halmaz. A H\A halmazt az A halmaz H halmazra vonatkozó komplementerének nevezzük.
Jelölése: $\overline{A}$
Tulajdonságok: $A \cup \overline{A} = H$
$$A \cap \overline{A} = \emptyset$$



Számhalmazok

A számhalmaz olyan halmaz, amelynek minden eleme szám. Egy számhalmazban akkor végezhető el korlátozás nélkül egy művelet, ha bárhogyan is választunk ki számokat a halmazból, a művelet elvégzése után az eredményül kapott szám is benne van a halmazban. Ebben az esetben a számhalmaz zárt az adott műveletre nézve.

Természetes számok halmaza

Jele: $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

A természetes számok halmazának végtelen sok eleme van.
A természetes számok halmazában az összeadás és a szorzás korlátlanul elvégezhető.

Tulajdonságok:

$$\left.\begin{array}{c} a+b=b+a \\ a\cdot b=b\cdot a \end{array}\right\} kommutatív$$

$$\left.\begin{array}{c} (a+b)+c=a+(b+c) \\ (a\cdot b)\cdot c=a\cdot (b\cdot c) \end{array}\right\} asszociatív$$

$$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c \quad disztributív$$

Egész számok halmaza

Jele: $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{\dots;\ -2;\ -1; 0; 1; 2; \dots\}$$

Az egész számok halmazának végtelen sok eleme van.
Az egész számok halmazában az összeadás, a kivonás és a szorzás korlátlanul elvégezhető.

Racionális számok halmaza

Azokat a számokat, amelyek felírhatóak két egész szám hányadosaként racionális számoknak nevezzük.

Jele: $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \{\dots;\ -2;\ -1{,}5;\ -1;\ -\tfrac{3}{4}; \dots; 0; 0{,}1; \dots; 1; \dots; 1{,}75; \dots; 2; \dots\}$$

A racionális számok halmazának végtelen sok eleme van.
A racionális számok halmazában az összeadás, kivonás, szorzás, osztás korlátlanul elvégezhető.

Irracionális számok halmaza

Azokat a számokat, amelyek nem írhatóak fel két egész szám hányadosaként irracionális számoknak nevezzük.

Jele: $\mathbb{Q}^*$ $(vagy\ \mathbb{I})$

Irracionális szám például: $\pi;\ \sqrt{2};\ \sqrt{3}; \dots (a\ végtelen\ nem\ szakaszos\ tizedes\ törtek)$

Valós számok halmaza

Ezt a számhalmazt a racionális és irracionális számok együtt alkotják.

Jele: $\mathbb{R}$